

Introduzione. Prima quantizzazione della particella scalare relativistica, equazione di Klein-Gordon, propagatore. Algebre di Lie.

Algebra di Lie del gruppo di Poincarè: realizzazione in meccanica quantistica della particella relativistica e nella teoria di campo di Klein-Gordon. Superalgebre di Lie. Supersimmetria in $D=4$.

Supersimmetria in $D=1$. Equazione di Pauli e supersimmetria. Esempio di meccanica quantistica supersimmetrica con $N=2$.

Calcolo esplicito della realizzazione dell'algebra di supersimmetria $N=2$.

Proprietà generali di teorie supersimmetriche. Indice di Witten e calcolo in meccanica quantistica supersimmetrica.

Oscillatore armonico supersimmetrico. Variabili di Grassmann.

Oscillatore fermionico classico ed accenno alla quantizzazione canonica. Sistemi hamiltoniani con variabili di Grassmann ed equazioni di Hamilton.

Quantizzazione canonica di sistemi con variabili di Grassmann. Esempi semplici. Azione classica per meccanica supersimmetrica.

Simmetrie e cariche conservate, formulazione hamiltoniana e quantizzazione.

Superspazio. Azione del modello supersimmetrico nel superspazio ed in componenti.

Integrale funzionale per fermioni: stati coerenti bosonici, stati coerenti fermionici e loro proprietà.

Derivazione dell'integrale funzionale per fermioni. Condizioni al contorno antiperiodiche (traccia) e periodiche (supertraccia).

Rappresentazione con l'integrale funzionale dell'indice di Witten: traccia schematica del calcolo in meccanica quantica supersimmetrica.

Sistemi hamiltoniani vincolati. Schema iterativo di Dirac per ottenere i vincoli da lagrangiane singolari. Notazione di Dirac (vincoli debolmente uguali a zero). Esempi semplici. Vincoli di seconda classe, parentesi di Dirac, quantizzazione canonica.

Vincoli di I classe ed invarianza di gauge. Struttura generale dell'azione nello spazio delle fasi con vincoli di I classe. Trattazione e quantizzazione tramite tre diversi metodi:

i) metodo dello spazio delle fasi ridotto. Esempio: elettromagnetismo.

ii) metodo di Dirac-Gupta-Bleuler. Esempio.

iii) metodo BRST: variabili di ghosts, simmetria BRST e carica BRST, concetto di coomologia. Definizione degli stati fisici nel metodo BRST.

Introduzione al metodo di quantizzazione BRST lagrangiano ed applicazione al caso del campo elettromagnetico.

Particelle relativistiche: particella scalare e particella di spin $1/2$ senza massa, supersimmetria locale sulla linea di mondo

Quantizzazione della particella di spin $1/2$ ed equazione di Dirac. Introduzione della massa con riduzione dimensionale.

Particella con spin 1 senza massa in $D=4$: quantizzazione ed equazioni di Maxwell.

Equazioni di Maxwell generalizzate (p-forme e massa) e descrizione in prima quantizzazione. Equazioni di Proca in $D=4$.

Particelle di spin 0 e $1/2$ accoppiate al campo elettromagnetico. Quantizzazione BRST lagrangiana.

Calcolo dell'azione efficace di Heisenberg-Euler indotta da particelle di spin 0 e $1/2$.