Modello Standard: cenni

(Appunti per il corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 2010/11)

Fiorenzo Bastianelli

Alcuni accenni al modello standard, sottolineando la sua struttura come teoria di gauge basata sul gruppo $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

1 Modello standard: introduzione

Considerazioni teoriche e dati sperimentali hanno portato alla conclusione che tre delle quattro forze fondamentali conosciute, la forza nucleare forte, la forza nucleare debole e la forza elettromagnetica, sono descritte da una teoria di gauge basata sul gruppo $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, con rottura parziale di simmetria indotta dal meccanismo di Higgs nel settore elettrodebole $SU(2) \times U(1)$. I bosoni di gauge sono accoppiati a tre famiglie di fermioni in modo chirale, per cui non sono ammessi termini espliciti di massa per i fermioni, perchè questi termini romperebbero esplicitamente la simmetria di gauge. Naturalmente non sono ammessi neanche termini di massa per i bosoni di gauge stessi per la stessa ragione. Le masse delle varie particelle emergono tutte quante dal meccanismo di Higgs tramite gli accoppiamenti di gauge e di Yukawa del campo di Higgs.

Le particelle descritte dal modello standard sono:
(i) particelle di spin 1/2, fermioni che si sottodividono in leptoni e quarks e sono raggruppati in tre famiglie, possono essere interpretate come particelle di materia (soddisfano al principio di esclusione di Pauli);
(ii) particelle di spin 1, bosoni mediatori delle tre forze indicate sopra: il fotone γ, particella senza massa che media la forza elettromagnetica, le particelle massive W^+, W^- e Z^0, mediatrici della forza nucleare debole, e gli otto gluoni, particelle senza massa, mediatrici della forza nucleare forte;
(iii) una particella di spin 0, il bosone di Higgs, congetturato per spiegare le masse delle varie particelle attraverso una rottura spontanea di simmetria locale, non ancora rivelato sperimentalmente.

1.1 Leptoni e quarks

La particelle di spin 1/2 si dividono in leptoni e quarks. I leptoni non sentono la forza forte e si raggruppano in tre famiglie:
la prima contenente l'elettrone ed il neutrino elettronico (e, ν_e),
la seconda con il muone ed il neutrino muonico (μ, ν_μ),
la terza contenente la particella tau ed il corrispondente neutrino tau (τ, ν_τ).
Similmente i quarks, che sentono anche l'interazione forte, si dividono in tre famiglie:
la prima famiglia contiene il quark up ed il quark down (u, d),
la seconda famiglia contiene il quark charm ed il quark strano (strange) (c, s),

la terza famiglia contiene il quark top ed il quark bottom (t, b).

I diversi tipi di fermioni sono distinti da numeri quantici diversi, alcuni dei quali corrispondono alla carica sotto il gruppo di gauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Il modello standard è una teoria chirale, cioè non è invariante per trasformazioni di parità. In particolare, la parte sinistrorsa di una particella di spin 1/2 ha genericamente una carica di gauge diversa dalla sua parte destrorsa. Infatti, conviene ricordare che un fermione di Dirac ψ (che soddisfa appunto all'equazione di Dirac) può essere diviso nella sua parte sinistrorsa (left-handed) ψ_L e nella sua parte destrorsa (right-handed) ψ_R:

$$\psi = \psi_L + \psi_R \, , \qquad \psi_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi \, , \quad \psi_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi \, . \tag{1}$$

Queste due parti identificano le due rappresentazioni irriducibili ed inequivalenti del gruppo di Lorentz proprio ed ortocrono, $(\frac{1}{2}, 0)$ e $(0, \frac{1}{2})$. I corrispondenti spinori sono detti spinori di Weyl. Ricordiamo anche che la lagrangiana dello spinore di Dirac si decompone in termini dei corrispondenti spinori di Weyl come segue

$$\mathcal{L} \;=\; -\overline{\psi}\partial\!\!\!/\psi - m\overline{\psi}\psi \;=\; -\overline{\psi_L}\partial\!\!\!/\psi_L - \overline{\psi_R}\partial\!\!\!/\psi_R - m(\overline{\psi_L}\psi_R + \overline{\psi_R}\psi_L) \, . \tag{2}$$

Questo mostra come una massa di Dirac m non possa essere presente per fermioni chirali (fermoni le cui parti chirali abbiano cariche di gauge diverse): tale termine non potrebbe essere invariante sotto trasformazioni di gauge. I fermioni del modello standard acquisiscono massa solo tramite il meccanismo di Higgs (con la sola possibile eccezione dei neutrini destrorsi).

Nello schema qui sotto riportiamo le cariche sotto il gruppo di gauge, usando una notazione della forma $(SU(3), SU(2))_{U(1)}$, dove per i gruppi non-abeliani indichiamo la rappresentazione tramite la corrispondente dimensione, mentre per la parte abeliana tramite la carica $U(1)$, chiamata ipercarica:

$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	ν_{eR}	e_R	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	u_R	d_R
$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\nu_{\mu R}$	μ_R	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	c_R	s_R
$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	$\nu_{\tau R}$	τ_R	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	t_R	b_R
$(1,2)_{-\frac{1}{2}}$	$(1,1)_0$	$(1,1)_{-1}$	$(3,2)_{\frac{1}{6}}$	$(3,1)_{\frac{2}{3}}$	$(3,1)_{-\frac{1}{3}}$

Il gruppo $SU(3)$ è detto gruppo di colore, ed i quarks si trasformano nella rappresentazione fondamentale, la 3, ed hanno quindi tre "colori", mentre le corrispondenti antiparticelle, gli antiquarks, si trasformano nella rappresentazione complesso coniugata, la $\bar{3}$, ed hanno quindi tre "anticolori". I leptoni non sentono la forza forte e sono quindi scalari sotto il gruppo di colore. Il gruppo $SU(2)$ è detto gruppo di isospin debole, ed i doppietti di $SU(2)$ sono stati scritti qui sopra nella forma di vettore colonna: si trasformano nella rappresentazione bidimensionale, la 2, ed hanno quindi isospin debole $I = \frac{1}{2}$, con terza componente $I_3 = \frac{1}{2}$ per l'elemento in alto del vettore colonna, ed $I_3 = -\frac{1}{2}$ per quello in basso. Si ricordi che la 2 è equivalente alla $\bar{2}$, entrambe identificano la stessa rappresentazione con isospin debole uguale ad $\frac{1}{2}$. $U(1)$ è il gruppo dell'ipercarica. Se indichiamo con Y l'ipercarica di una particella, la corrispondente carica elettrica Q è data da $Q = I_3 + Y$, dove I_3 indica la terza componente dell'isospin debole.

Con la precisazione di questi numeri quantici è immediato scrivere la derivata covariante per il gruppo di gauge del modello standard di ciascun fermione. La parte della lagrangiana che descrive i fermioni in interazione con i campi di gauge prende quindi la forma seguente

$$\mathcal{L}_{1/2} = -\sum_f \overline{\psi_f} \gamma^\mu D_\mu \psi_f \tag{3}$$

dove la somma è sui 6×3 tipi di fermioni riportati sopra (6 componenti per ogni "famiglia"). In generale, la derivata covariante assume la forma

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_S G^A_\mu(x) T^A - i g W^a_\mu(x) I^a - i y B_\mu(x) Y \tag{4}$$

dove $G^A_\mu(x)$ sono i campi di gauge per il gruppo di colore $SU(3)$ e T^A i rispettivi generatori, $W^a_\mu(x)$ i campi di gauge per il gruppo di isospin debole $SU(2)$ e I^a i generatori corrispondenti, $B_\mu(x)$ il campo di gauge dell'ipercarica $U(1)$ e Y il generatore che misura l'ipercarica. Le tre costanti di accoppiamento sono state indicate con (g_S, g, y). Termini di massa espliciti non sono ammessi nella lagragiana perchè non sarebbero gauge invarianti (in realtà per i neutrini destrorsi, dato che non sono carichi sotto il gruppo di gauge, sono ammissibili termini di massa di Majorana).

1.2 Bosoni vettoriali

I campi di gauge associati al gruppo $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ descrivono particelle di spin 1 (bosoni vettoriali) e l'invarianza di gauge non permette l'aggiunta di un termine di massa esplicito nell'azione, e quindi la lagrangiana assume la forma standard

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{4}(F^A_{\mu\nu}(G))^2 - \frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu}(W))^2 - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu}(B))^2 \; . \tag{5}$$

1.3 Meccanismo di Higgs

La rottura spontanea della simmetria locale è generata dal campo di Higgs ϕ, un campo scalare con i seguenti numeri quantici $(1,2)_{\frac{1}{2}}$. Senza entrare nei dettagli, possiamo dire che i particolari accoppiamenti del campo di Higgs fanno si che alcune combinazioni lineari dei campi di gauge W^a_μ (associati a $SU(2)$ di isospin debole) e B_μ (associato alla ipercarica debole $U(1)$) acquistino massa. In particolare il campo complesso $W_{\mu-}$, ed il suo complesso coniugato $W_{\mu+}$, definiti da

$$W_{\mu\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1_\mu \mp i W^2_\mu) \tag{6}$$

diventano massivi (i quanti sono le particelle $W^{\pm}$, ciascuna antiparticella dell'altra), così come lo diventa il campo neutro

$$Z_\mu = \cos\theta_W \; W_\mu^3 - \sin\theta_W \; B_\mu \tag{7}$$

(i cui quanti sono le particelle Z^0, identiche alle loro antiparticelle). La rimanente combinazione ortogonale descrive il campo del fotone

$$A_\mu = \cos\theta_W \; B_\mu + \sin\theta_W \; W_\mu^3 \tag{8}$$

che rimane senza massa. L'angolo θ_W, detto angolo debole o angolo di Weinberg, è collegato alle due costanti d'accoppiamento g di SU(2) e y di U(1) dalle relazioni

$$\cos\theta_W \;\; = \frac{g}{\sqrt{g^2+y^2}} \; , \qquad \sin\theta_W \;\; = \frac{y}{\sqrt{g^2+y^2}} \tag{9}$$

La costante di accoppiamento elettrica e è invece data da $e = g\sin\theta_W$. Ci sono quindi due costanti d'accoppiamento (g, y), o equivalentemente (e, θ_W), fatto che indica come la teoria elettrodebole unifichi elettromagnetismo e forza debole solo parzialmente.