Fisica Nucleare e Subnucleare: Prova Scritta 20 Gennaio 2011 (parte I e III)

Soluzioni

1) - Definire opportunamente una trasformazione di Lorentz arbitraria ed indicare come si trasforma il tensore del campo elettromagnetico $F^{\mu\nu}$ sotto una trasformazione di Lorentz.
- Se in un sistema di riferimento inerziale si ha $\vec{E} = (E, 0, 0)$ e $\vec{B} = (0, 0, 0)$, quanto valgono i campi elettromagnetici $\vec{E}'$ e $\vec{B}'$ nel sistema di riferimento in moto lungo l'asse x con velocità v?

Soluzione:. Trasformazioni di Lorentz arbitrarie collegano le coordinate spazio-temporali $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ di due sistemi di riferimento inerziali nel seguente modo

$$x^{\mu\prime} = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$$

dove le matrici Λ soddisfano la relazione $\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_\alpha\Lambda^\nu{}_\beta = \eta_{\alpha\beta}$ con $\eta_{\mu\nu}$ la metrica di Minkowski. Alternativamente, in notazione matriciale

$$x' = \Lambda x$$

con $\Lambda^T\eta\Lambda = \eta$.

- Il tensore del campo elettromagnetico si trasforma come un tensore di rango due (cioè con due indici), e quindi

$$F^{\mu\nu\prime} = \Lambda^\mu{}_\lambda\Lambda^\nu{}_\rho F^{\lambda\rho}$$

che possiamo trascrivere in notazione matriciale come $F' = \Lambda F \Lambda^T$. Ora, nel nostro caso

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} 0 & E & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per la trasformazione di Lorentz richiesta

$$\Lambda_\mu{}^\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dove $\beta = \frac{v}{c}$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Possiamo quindi calcolare

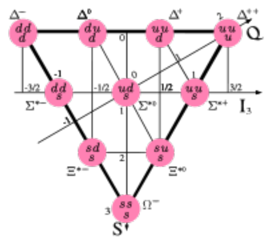
$$F' = \Lambda F \Lambda^T = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & E & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & E & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dove si è usato $\gamma^2(1-\beta^2) = 1$. Quindi nel nuovo sistema di riferimento $\vec{E}' = (E, 0, 0)$ e $\vec{B}' = (0, 0, 0)$, cioè il campo rimane invariato.

***

2) Graficare il decupletto dei barioni $J^P = \frac{3}{2}^+$ (cioè il multipletto contenente le risonanze delta) riportando sull'asse x la terza componente dell'isospin I_3 e sull'asse y il numero quantico di stranezza S. Descrivere la struttura dei vari barioni in termini dei quark di valenza costituenti.

Soluzione:



NB: nel grafico è stata usata la convenzione con stranezza positiva per il quark s, opposta a quella standard usata anche in classe.

***

3) Indicare quali di queste particelle sono stabili e quali instabili (in quest'ultimo caso indicare anche l'interazione principale responsabile per il decadimento): elettrone e^-, protone p, neutrone n, particella Z^0, pione neutro π^0, pione neutro π^+, muone μ^-.

Soluzione:

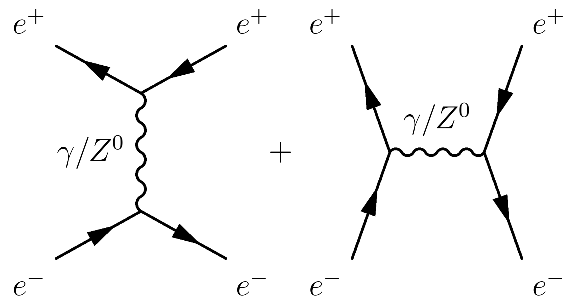
e^- stabile
p stabile
n instabile, decade debolmente
Z^0 instabile, decade debolmente (Z^0 è un mediatore della forza debole)
π^0 instabile, decade essenzialmente per interazione elettromagnetica
π^+ instabile, decade debolmente
μ^- instabile, decade debolmente.

***

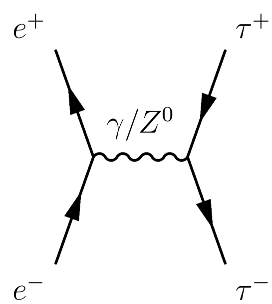
4) Disegnare all'ordine più basso i diagrammi di Feynman relativi ai seguenti processi, indicando la natura delle particelle virtuali che circolano all'interno del diagramma
• $e^+ + e^- \to e^+ + e^-$; • $e^+ + e^- \to \tau^+ + \tau^-$; • $u + \bar{u} \to c + \bar{c}$; • $\nu_\mu + n \to \mu^- + p$.

Soluzione

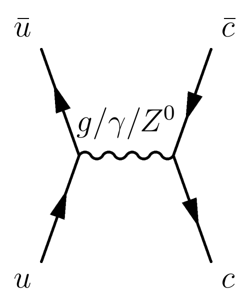
• $e^+ + e^- \to e^+ + e^-$



• $e^+ + e^- \to \tau^+ + \tau^-$



• $u + \bar{u} \to c + \bar{c}$



- $\nu_\mu + n \to \mu^- + p$