Fisica Nucleare e Subnucleare

Prova Scritta, 21 Settembre 2011

Parte I e III

1) - Definire opportunamente una trasformazione di Lorentz arbitraria ed indicare come si trasforma il tensore del campo elettromagnetico $F^{\mu\nu}$ sotto una trasformazione di Lorentz.
- Se in un sistema di riferimento inerziale si ha $\vec{E} = (0, 0, E)$ e $\vec{B} = (0, 0, 0)$, quanto valgono i campi elettromagnetici $\vec{E}'$ e $\vec{B}'$ nel sistema di riferimento in moto lungo l'asse x con velocità v?

Soluzione:. Trasformazioni di Lorentz arbitrarie collegano le coordinate spazio-temporali $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ di due sistemi di riferimento inerziali nel seguente modo

$$x^{\mu\prime} = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$$

dove le matrici Λ soddisfano la relazione $\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_\alpha\Lambda^\nu{}_\beta = \eta_{\alpha\beta}$ con $\eta_{\mu\nu}$ la metrica di Minkowski. Alternativamente, in notazione matriciale $x' = \Lambda x$ con $\Lambda^T\eta\Lambda = \eta$.

- Il tensore del campo elettromagnetico si trasforma come un tensore di rango due (cioè con due indici), e quindi

$$F^{\mu\nu\prime} = \Lambda^\mu{}_\lambda\Lambda^\nu{}_\rho F^{\lambda\rho}$$

che possiamo trascrivere in notazione matriciale come $F' = \Lambda F \Lambda^T$. Ora, nel nostro caso

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per la trasformazione di Lorentz richiesta

$$\Lambda_\mu{}^\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dove $\beta = \frac{v}{c}$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Possiamo quindi calcolare

$$\begin{aligned} F' &= \Lambda F \Lambda^T = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \gamma E \\ 0 & 0 & 0 & -\beta\gamma E \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma E & \beta\gamma E & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

dove si è usato $\gamma^2(1-\beta^2) = 1$. Quindi nel nuovo sistema di riferimento $\vec{E}' = (0, 0, \gamma E)$ e $\vec{B}' = (0, \beta\gamma E, 0)$.

***

2) Elencare sinteticamente tutte le particelle elementari descritte dal modello standard, indicandone lo spin, la carica elettrica ed il numero barionico.

Soluzione: Le particelle del modello standard sono classificabili in fermioni e bosoni. I fermioni hanno spin 1/2 e contengono il gruppo dei leptoni

			Q	B
ν_e	ν_μ	ν_τ	0	0
e^-	μ^-	τ^-	-1	0

ed il gruppo dei quark

			Q	B
u	c	t	$2/3$	$1/3$
d	s	b	$-1/3$	$1/3$

con le rispettive antiparticelle che hanno carica elettrica Q e numero barionico B opposti. Ci sono poi i bosoni di spin 1, mediatori delle forze em, deboli e forti

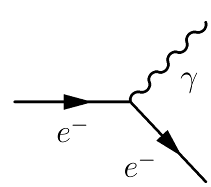
	Q	B
γ (fotone)	0	0
W^+	$+1$	0
W^-	-1	0
Z_0	0	0
g (gluoni)	0	0

con il fotone, lo Z_0 e gli otto gluoni che coincidono con le rispettive antiparticelle, mentre il W^+ e il W^- sono l'una antiparticella dell' altra. Infine è congetturata l'esistenza di un bosone di spin 0, la particella di Higgs, con carica elettrica e numero barionico nulli.

***

3) Descrivere i vertici fondamentali della elettrodinamica quantistica. Indicare inoltre quali processi elettromagnetici sono usati per definire il rapporto R (il rapporto che permette di risalire al numero di colori dei quark).

Soluzione: Il vertice fondamentale della QED descrive l'accoppiamento di gauge tra elettrone e fotone, ed è descritto sinteticamente dal grafico di Feynman seguente

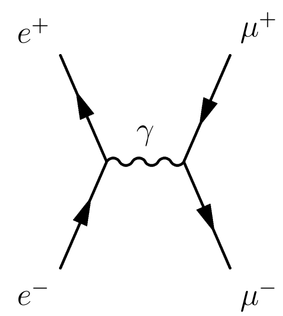


dove il tempo scorre lungo l'asse orizzontale. Naturalmente ciascuna particella entrante (uscente) può essere sostituita dalla corrispondente antiparticella uscente (entrante). Il vertice contiene la costante d'accoppiamento $\sqrt{\alpha_{em}}$. Quando si estende il vertice a tutti i fermioni del modello standard l'accoppiamento dipende anche dal valore della carica elettrica del fermione (misurata in unità della carica del positrone).

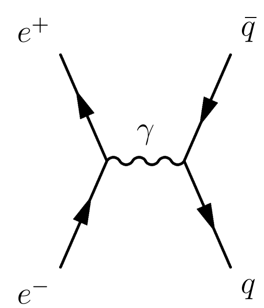
Il rapporto R è definito come rapporto tra sezioni d'urto nel modo seguente

$$R = \frac{\sigma(e^-e^+ \to \text{adroni})}{\sigma(e^-e^+ \to \mu^-\mu^+)}$$

dove la sezione d' urto che compare al denominatore è associata al processo



mentre quella che compare al numeratore contiene la produzione di coppia quark-antiquark



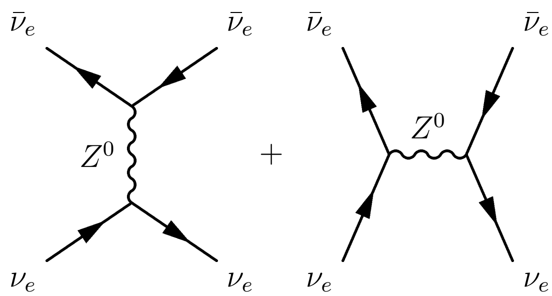
che successivamente adronizzano (si trasformano in adroni nel processo di adronizzazione).

***

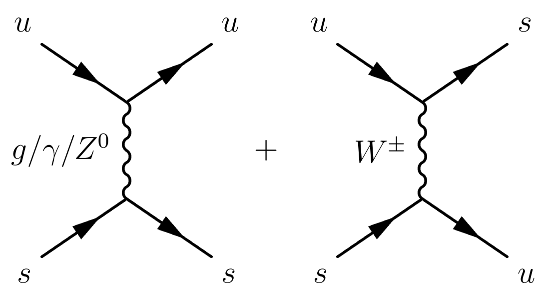
4) Disegnare all'ordine più basso i diagrammi di Feynman relativi ai seguenti processi, indicando la natura delle particelle virtuali che circolano all'interno del diagramma
• $\nu_e + \bar{\nu}_e \to \nu_e + \bar{\nu}_e$; • $u + s \to u + s$; • $\mu^+ + n \to \bar{\nu}_\mu + p$; • $g + g \to g + g$ ($g \equiv$ gluone).

Soluzione:

• $\nu_e + \bar{\nu}_e \to \nu_e + \bar{\nu}_e$



• $u + s \to u + s$



• $\mu^+ + n \to \bar{\nu}_\mu + p$

il diagramma è ottenibile da quello di $\nu_\mu + n \to \mu^- + p$ (vedi soluzione del 20.01.2011) sostituendo il muone uscente con un antimuone entrante ed il neutrino entrante con un antineutrino uscente.

• $g + g \to g + g$ ($g \equiv$ gluone)