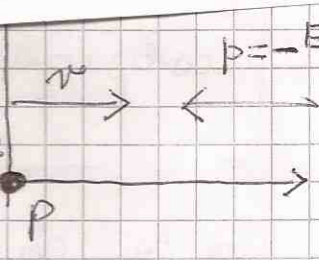
1



$$\gamma_p = \frac{E_p}{m_p c^2} = \frac{920}{0,9382} = 9,80528 \cdot 10^2$$

E'' En. dell'e^- nel s.r. del p.; E, p - en. e imp. dell'e^- nel s.L.

$$E'' = \gamma_p (E - v \cdot p) = \gamma_p \left(E + c \frac{E}{c}\right)$$

$$= \boxed{2\gamma_p E} = 2 \times 9,805 \cdot 10^2 \times 30 = \boxed{5,883 \cdot 10^4 \text{ GeV}}$$

2

$$P_{sL} \equiv \left(\frac{E_p + E}{c}, \vec{p}_p - \vec{p}_e\right) \overset{u.r.}{=} \left(\frac{E_p + E}{c}, \frac{E_p}{c} - \frac{E}{c}, 0, 0\right)$$

$$P_{CM} \equiv \left(\frac{E_{CM}}{c}, 0\right)$$

$$E_{CM}^2 = (E_p + E)^2 - (E_p - E)^2 = E_p^2 + E^2 + 2E_p E - E_p^2 - E^2 + 2E_p E$$

$$= 4E_p E$$

$$\boxed{E_{CM} = 2\sqrt{E_p E}} = 2\sqrt{920 \times 30} = \boxed{332,265 \text{ GeV}}$$

3

dall'$e^- \to p$ dal $p \to e$

$$Q = \left(\frac{E-E'}{c}, p-p'\right) \equiv \left(\frac{E_p - E_{p'}}{c}, p_p - p'_p\right)$$

$$Q^2c^2 = (E-E')^2 - (\vec{p}-\vec{p}')^2 = \cancel{E^2} + \cancel{E'^2} - 2EE' - \cancel{E^2} - \cancel{E'^2} + 2EE'\cos\theta$$

$$Q^2c^2 = -2EE'(1-\cos\theta)$$

$$Q^2 = \frac{1}{c^2}\left\{-2\times 30\times 40\,(1-\cos 10)\right\} = \boxed{-36.461\ \left(\frac{GeV}{c}\right)^2} \quad (*)$$

Utilizzando l'espressione di Q^2 espressa in componenti relative al protone

$$Q^2c^2 = -2E_pE'_p + 2E_pE'_p\cos\theta_p \quad \text{da cui}$$

$$\boxed{\cos\theta_p = 1 + \frac{Q^2c^2}{2E_pE'_p}}$$

per la conservazione dell'energia (urto elastico!)

$$E_p + E = E'_p + E'$$

$$E'_p = E_p + E - E' = 920 + 30 - 40 = 910\ GeV$$

$$\cos\theta_p = 1 + \frac{-36.461}{2\times 920\times 910} = \boxed{0.999782}$$

$$\theta_p = \arccos(0.999782) = \boxed{0.378^\circ}$$ angolo di diffusione del p

---

(*) inoltre $Q^2_{CM} = Q^2_{SL}$ perché invariante relativistico!

(B)

1) $T_{max} \simeq Q = \{ M_A(Ni) - M_A(Cu) \} c^2 =$

$= (62.9638 - 62.95281) \times 931.494 = \boxed{10.232 \text{ MeV}}$

questa è l'en. max degli e^- (quando $E_\nu \simeq 0$) e anche quella del $\bar{\nu}_e$ (quando $E_e \simeq 0$).

2) Se tutti gli stati, fino all'energia max degli elettroni β^- di 10.232 MeV sono occupati, il nucleo non potrà decadere per Pauli. Questo accade per una densità elettronica sufficientemente elevata che andiamo a calcolare col modello a gas di Fermi

$$N = 2 \cdot \frac{V_{sfera}}{h^3} = 2 \cdot \frac{V \cdot \frac{4}{3}\pi p_F^3}{h^3} = \frac{8\pi V}{3h^3} p_F^3 =$$

$$= \frac{8\pi V}{3(2\pi\hbar)^3} p_F^3 \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{N}{V} = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}}$$

e p_F è legato a T_{max} dalla relazione

$$p_F = \frac{1}{c}\sqrt{T^2 + 2mc^2 T}$$

$$\rho_s = \frac{\{T^2 + 2mc^2 T\}^{3/2}}{3\pi^2 (\hbar c)^3} = \frac{\{10.232^2 + 2 \times 0.511 \times 10.232\}^{3/2}}{3\pi^2 (200)^3}$$

$$= 5.224 \cdot 10^{-6} \text{ fm}^{-3} = 5.224 \cdot 10^{-6} \cdot (\neq 10^{-13} \text{ cm})^3$$

$$= \boxed{5.224 \cdot 10^{33} \ e^-/\text{cm}^3}$$

3) per $\rho > \rho_s$ $\quad Cu + e^- \rightarrow Ni + \nu_e$ cattura elettr.

per $\rho < \rho_s$ $\quad Ni \rightarrow Cu + e^- + \bar{\nu}_e$ decad. β^-

4) La densità degli e^- nel Fe ordinario è

$$\rho_{Fe} = Z \frac{\rho}{M_A} \cdot N_A = 26 \cdot \frac{7.864}{55.84} 6.022 \cdot 10^{23}$$

$$= \boxed{2.20 \cdot 10^{24} \ e/cm^3}$$

che è 9 ordini di grandezza inferiore a quello nella stella