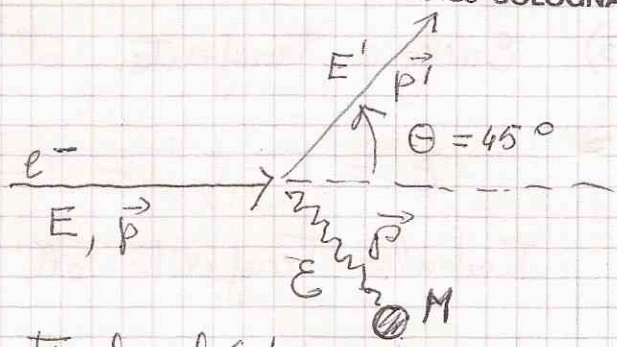
DIPARTIMENTO DI FISICA
UNIVERSITA' DEGLI STUDI
Via Irnerio, 46
40126 BOLOGNA

13/VII/2012

(A)

1) Conservazione della q. di m.



$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{\rho}$

$\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}' = \vec{\rho}$ impulso Trasf. nel S.L.

$q^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta = \rho^2$

Appross. u.l. $pc \sim E$

$\rho^2 c^2 = E^2 + E'^2 - 2EE'\cos\theta$

Conservazione dell'energia

$Mc^2 + E = E' + \sqrt{\rho^2 c^2 + (Mc^2)^2}$

$(Mc^2 + E - E')^2 = E^2 + E'^2 - 2EE'\cos\theta + (Mc^2)$

$(Mc^2)^2 + E^2 + E'^2 + 2Mc^2E - 2Mc^2E' - 2EE'$

$Mc^2E - Mc^2E' - EE' = -EE'\cos\theta$

$Mc^2E = EE'(1-\cos\theta) + Mc^2E'$

$E'\{Mc^2 + E(1-\cos\theta)\} = EMc^2$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1-\cos\theta)}$$

Energia degli e^- diffusi elasticamente sotto un angolo θ da una massa carica M

2) protone $E' = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{0,9382 \times 2}(1-\cos 45)} = 0,762$ GeV Eu. e^- diff. a 45° da p

^{16}O $E' = \dfrac{1}{1 + \frac{1000}{15,994915 \times 931,414}(1-\cos 45)} = 0,981$ GeV Eu. e^- diff. a 45° da ^{16}O

3) Energia trasferita all'^{16}O

$$\mathcal{E} = E - E' = 1 - 0.981 = 1.9 \cdot 10^{-2}\ GeV = 19\ MeV$$

Impulso trasferito all'^{16}O

$$q^2 = p^2 = E^2 + E'^2 - 2EE'\cos\theta = 1 + 0.981^2 - 2 \times 0.981 \cos 45$$
$$= 5.25 \cdot 10^{-1}\ (GeV/c)^2$$

$$q = \sqrt{q^2} = 2.58 \cdot 10^{-1}\ GeV/c$$

Per un fotone reale deve essere $q = \mathcal{E}/c$, nel nostro caso $q \neq \mathcal{E}/c$ e pertanto l'interazione e.m. è mediata da un fotone "virtuale".

4) Quadrimpulso dell'e^- prima e dopo l'urto

$$\mathbb{P} \equiv \left(\vec{p}, \frac{E}{c}\right) \qquad \mathbb{P}' \equiv \left(\vec{p}', \frac{E'}{c}\right)$$

Quadrimpulso trasferito $\mathbb{Q} = \left(\vec{p} - \vec{p}', \frac{E - E'}{c}\right)$

$$\mathbb{Q}^2 = (\mathbb{P} - \mathbb{P}')^2 = (\vec{p} - \vec{p}')^2 - \left(\frac{E - E'}{c}\right)^2$$

$$\mathbb{Q}^2c^2 = (\vec{p}c - \vec{p}'c)^2 - (E - E')^2 \qquad pc \approx E$$

$$\mathbb{Q}^2c^2 = E^2 + E'^2 - 2EE'\cos\theta - E^2 - E'^2 + 2EE'$$

$$\mathbb{Q}^2c^2 = 2EE'(1 - \cos\theta)$$

per ^{16}O $\qquad \mathbb{Q}^2c^2 = 2 \times 1 \times 0.981\,(1 - \cos 45) = 0.575\ GeV^2$

$$\mathbb{Q} = \frac{1}{c}\sqrt{\mathbb{Q}^2c^2} = 0.758\ GeV/c$$

Trattandosi di un invariante rel. questo è il quadr. trasf. sia nel S.L. che C.M.

Velocità del CM rispetto a S.L.

$$\beta = \frac{pc}{E + Mc^2} = \frac{1}{1 + 15.994915 \times 931.494 \cdot 10^{-3}} = 6.29 \cdot 10^{-2}$$

(13)

1) Per $T_{1/2} \gg \Delta t$ $\quad \Delta N = -\lambda N \Delta t \quad \lambda = \frac{1}{N}\left|\frac{\Delta N}{\Delta t}\right|$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \qquad t_{1/2} = \frac{N \ln 2}{|\Delta N / \Delta t|}$$

$N = \frac{m}{A} N_A \frac{15.1}{100}$ = n° di atomi di ^{144}Sm (15.1 %)

$$= \frac{1\,g}{150.30} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{15.1}{100} = 6.046 \cdot 10^{20}$$ Atomi di ^{144}Sm presenti in 1 g di Sm naturale

$$t_{1/2} = \frac{6.046 \cdot 10^{20} \ln 2}{89} = 4.21 \cdot 10^{18}\,s \equiv \frac{4.21 \cdot 10^{18}}{3.16 \cdot 10^{7}} = 1.49 \cdot 10^{11}\,y$$

Per la stima dell'errore utilizziamo il diff. log.

$$\Delta t_{1/2} = t_{1/2}\left(\frac{\Delta T_{1/2}}{T_{1/2}}\right) \qquad \frac{\Delta T_{1/2}}{T_{1/2}} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta(\Delta N/\Delta t)}{\Delta N/\Delta t} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(\Delta N/\Delta t)}{\Delta N/\Delta t} =$$

$$= 10^{-3} + \frac{5}{89} = 5.62 \cdot 10^{-2} \qquad 5.62\,\%$$

$$\Delta t_{1/2} = 1.49 \cdot 10^{11} \times 5.62 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot 10^{9}\,y$$ stima dell'errore

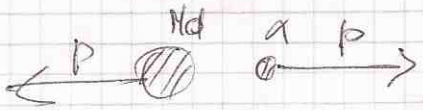
$$t_{1/2} = (1.49 \pm 0.08) \cdot 10^{11}\,y$$

2) Q valore della reazione $^{144}_{62}Sm \rightarrow ^{143}_{60}Nd + \alpha$ 100%

$$Q = \{M(Sm) - (M(Nd) + M(He)\} c^2 =$$

$$= \{146.914893 - 142.909810 - 4.002603\} \cdot 931.494 = 2.309 \text{ MeV}$$

Energia tot liberata nella reazione



Conservazione energia e q. di m.

$$\frac{p^2}{2M(Nd)} + \frac{p^2}{2M(He)} = Q$$

$$\frac{p^2}{2M(He)}\left(1 + \frac{M(He)}{M(Nd)}\right) = Q \qquad T_\alpha = \frac{p^2}{2M(He)} = \frac{Q}{1 + \frac{M(He)}{M(Nd)}}$$

$$T_\alpha = \frac{2.309}{1 + \frac{4.002603}{142.90981}} = 2.242 \text{ MeV} \quad \text{en. c. delle p. } \alpha$$

$$M(He)c^2 = 4.002603 \times 931.494 = 3.7284 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$

3) Impulso delle α

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{2 T_\alpha M(He) c^2} = \frac{1}{c}\sqrt{2 \times 2.242 \times 3.7284 \cdot 10^3} = 1.294 \cdot 10^2 \text{ MeV/c}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 10^6 \times 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$M(He) = \frac{M(He)c^2}{c^2} = \frac{3.7284 \cdot 10^3 \text{ MeV} \times 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{(3.108)^2 (\text{m/s})^2} = 6.63655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{2T}{M}} = \left\{\frac{2 \times 2.242 \text{ MeV} \times 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{6.63655}\right\}^{1/2} = 1.041 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

velocità delle α

Alternativa

$$\gamma = \frac{E}{M(He)c^2} = \frac{T_\alpha + M(He)c^2}{M(He)c^2} = 1 + \frac{T_\alpha}{M(He)c^2} = 1 + \frac{2.242}{3.7284 \cdot 10^3} = 1 + 6.026 \cdot 10^{-4}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 3.4724 \cdot 10^{-2} \qquad v = \beta c = 3.4724 \cdot 3.10^8 = 1.041 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$