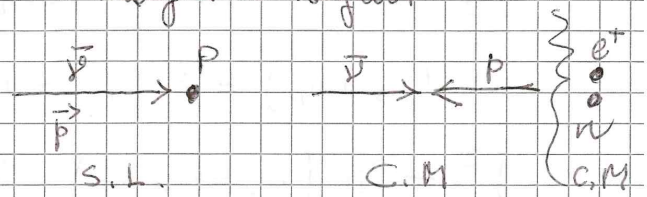
3/6/2013

DIPARTIMENTO DI FISICA
UNIVERSITA' DEGLI STUDI
Via Imerio, 46
40126 BOLOGNA

(A) Il bersaglio è H_2O, quindi i p hanno energie Termiche

4 (1) $\bar{\nu}_e + p \to e^+ + n$ energia di soglia

Alla soglia e^+ ed n sono a riposo nel C.M.



$$P_{S.L.} \equiv \left(\vec{p},\ E_\nu + m_p c^2\right) \qquad P_{CM} \equiv \left(0,\ m_e + m_n\right) \qquad E_\nu = p$$

$$|P_{S.L.}|^2 = |P_{CM}|^2$$

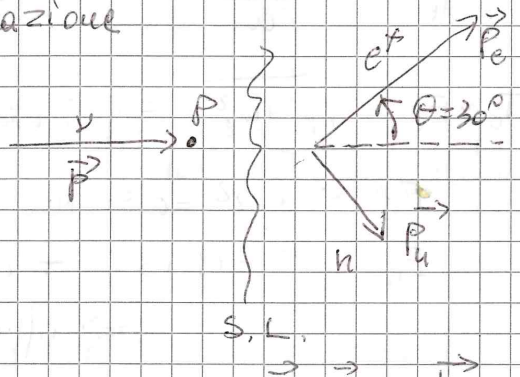
$$p^2 - (E_\nu + m_p)^2 = -(m_e + m_n)^2$$

$$\cancel{E_\nu^2} - \cancel{E_\nu^2} - 2E_\nu m_p - m_p^2 = -(m_e + m_n)^2$$

$$E_\nu = \frac{(m_e + m_n)^2 - m_p^2}{2m_p} = \frac{(0.511 + 939.565)^2 - 938.272^2}{2 \times 938.272} = 1.806\,\text{MeV}$$

Energia di soglia della reazione

8 (2) $E_\nu = p = 20\,\text{MeV}$



$$P_i = \left(\vec{p},\ E_\nu + m_p\right)$$

$$P_f \equiv \left(\vec{p},\ \sqrt{p_e^2 + m_e^2} + \sqrt{p_n^2 + m_n^2}\right)$$

S.L.

$$\vec{p}_n + \vec{p}_e = \vec{p}$$

$$\vec{p}_n = \vec{p} - \vec{p}_e$$

approssimazione U.R. $\sqrt{p_e^2 + m_e^2} \approx p_e$

approssimazione classica $\sqrt{p_n^2 + m_n^2} \approx \frac{p_n^2}{2m_n} + m_n^2$

$$= \frac{(p - p_e)^2}{2m_n} + m_n$$

Conservazione energia

$$E_\nu + m_p = p_e + \frac{(\vec{p}-\vec{p}_e)^2}{2m_n} + m_n$$

$$2m_n(E_\nu + m_p) = 2m_n p_e + p^2 + p_e^2 - 2pp_e\cos\theta + 2m_n^2$$

$$p_e^2 + 2p_e(m_n - p\cos\theta) - 2m_n(E_\nu + m_p) + p^2 + 2m_n^2 = 0$$

$$p_e^2 + 2p_e\underbrace{(m_n - p\cos\theta)}_{K} - \underbrace{2m_n(E_\nu + m_p - m_n)}_{C} + p^2 = 0$$

$a = 1$

$K = m_n - p\cos\theta = 939,565 - 20\cos 30 = 9,22244\cdot 10^2$ MeV

$-C = 2m_n(E_\nu + m_p - m_n) + p^2 = 2\times 939,565(20 + 938,272 - 939,565) + 400 = 3,51529\cdot 10^4 + 400 = 3,55529\cdot 10^4$ MeV^2

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{K^2 - aC} = \left\{(9,22244\cdot 10^2)^2 + 3,55529\cdot 10^4\right\}^{1/2} = 9,40896\cdot 10^2 \text{ MeV}$$

$$p_e = \frac{-K \pm \sqrt{\Delta}}{a} = -9,22244\cdot 10^2 + 9,40896\cdot 10^2 = 18,652 \text{ MeV}/c$$

impulso dell'e^+

$$T_e \simeq E_e = \sqrt{p_e^2 + m_e^2} = \left\{19,085^2 + 0,511^2\right\}^{1/2} = 19,095 \text{ MeV}$$ energia e^+

$E_e \gg m_e c^2 = 0,511$ MeV $\Rightarrow$ diffraz. u.t. valide

$E_n = 20 - 19,085 = 0,915$ MeV $\ll 939,565$ MeV $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ diffraz. elastica valide

3 (3) $\quad \bar{\nu} + {}^{16}_{8}O \rightarrow {}^{16}_{7}N + e^+$

m_N – massa nucleare

m_A – massa atomica

$$Q = \left\{m_N({}^{16}_{8}O) - \left\{m_N({}^{16}_{7}N) + m_e\right\}c^2 = \right. \qquad \pm 8m_e$$

$$= \left\{m_N({}^{16}_{8}O) + 8m_e\right\}c^2 - \left\{m_N\left[{}^{16}_{7}N\right] + 7m_e + 2m_e\right\}c^2 \simeq$$

$$= \left\{m_A({}^{16}_{8}O) - \left(m_A\left[{}^{16}_{7}N\right] + 2m_e\right)\right\}c^2$$

$Q = \{15.994915 - 16.006100\} \times 931.494 - 2 \times 0.115 = -11.44$ MeV

per neutrini di energia $\boxed{E_\nu < 11.44 \text{ MeV}}$ la reazione non può avvenire, quindi la reazione su p può essere utilizzata per ν con E_ν $1.8 < E_\nu < 11.44$ MeV

(B)

(1) $^{71}_{31}Ga\,(\nu_e, e^-)\,^{71}_{32}Ge$

3

$Q = \{m_A(Ga) - m_A(Ge)\}c^2 =$

$= \{70.924701 - 70.924954\}\,931.494 = -0.236$ MeV

$\Rightarrow \boxed{236 \text{ keV}}$

Soglia della reazione ed $\sim$ energia minima dei ν rivelabili.

(2) $^{51}_{24}Cr + e^- \rightarrow\, ^{51}_{23}V + \nu_e$

3

per ogni cattura elettronica viene emesso un ν

$1\,Ci = 3.7 \cdot 10^{10}$ dec./s.

$1\,MCi = 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 10^6$ dec./s $= \boxed{3.7 \cdot 10^{16} \text{ neutrini/s}} \equiv$ Attività

(3) Attività $\mathcal{A} = \lambda N$

4

$N = \dfrac{\mathcal{A}}{\lambda}$ n° di atomi richiesti per una assegnata attività $\mathcal{A}$

$m_A = \dfrac{A}{N_A}$ massa in g di 1 atomo

Massa richiesta $M = m_A \cdot N = \dfrac{A\mathcal{A}}{N_A \lambda} = \dfrac{A\mathcal{A}\tau}{N_A}$

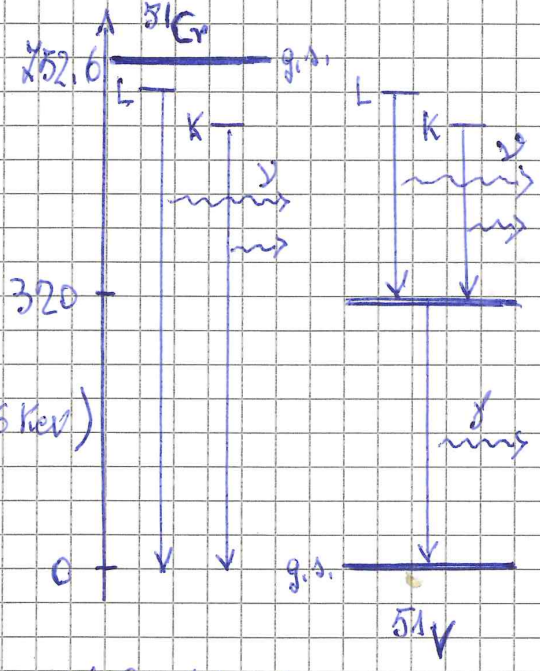
$= \dfrac{51 \times \overbrace{3.7 \cdot 10^{16}}^{\text{dec./s}} \cdot \overbrace{27.7 \times 86400}^{\tau \text{ in s.}}}{6.02 \cdot 10^{23}} = \boxed{7.5\,g}$ massa di ^{51}Cr richiesta.

$$Q = \{ m_A(Cr) - m_A(V) \} c^2 =$$

$$= \{ 50.944265 - 50.943957 \} \times 931.494 = 0.2526 \text{ MeV}$$

Energia che si rende disponibile nella transizione dallo stato fondamentale del Cr a quello del V. Tuttavia il nucleo di V può essere lasciato anche nello stato eccitato a 320 KeV (dal quale decadrà nel suo stato fondamentale con l'emissione di un γ); inoltre l'atomo di V può essere lasciato in uno stato più o meno eccitato a seconda che l'e⁻ mancante sia uno dell'orbita K o L.

Le energie che si portano via i ν emessi saranno pertanto:



a) Transizione nucleare dal fondamentale di Cr al fondamentale di V ($\Delta E = 252.6$ KeV)

K $\quad E^1_{K\nu} = 252.6 - 5.5 = 247.1$ KeV

L $\quad E^2_{L\nu} = 252.6 - 0.6 = 252$ KeV

b) Transizione nucleare dal fondamentale del Cr allo stato eccitato del V ($\Delta E = 252.6 - 320 = 432.6$ KeV)

K $\quad E^3_{K\nu} = 432.6 - 5.5 = 427.1$ KeV

L $\quad E^4_{L\nu} = 432.6 - 0.6 = 432$ KeV