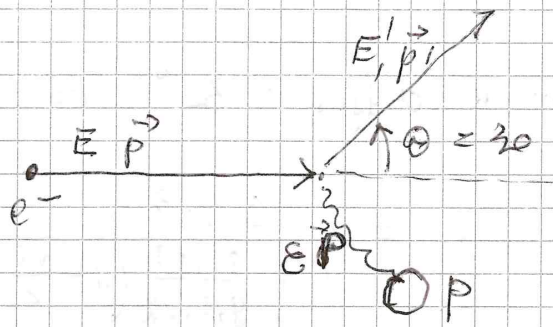


1) Conservazione dell'energia e dell'impulso

$$\mathbb{p} + \mathbb{P} = \mathbb{p}' + \mathbb{P}'$$

$$p^2 + 2\mathbb{p}\mathbb{P} + P^2 = p'^2 + 2\mathbb{p}'\mathbb{P}' + P'^2$$

$$\mathbb{p} \simeq \frac{E}{c} \qquad \mathbb{p}' \simeq \frac{E'}{c'} \quad \text{all'ross. u. r.}$$

$$p^2 = p'^2 = m_e c^2 \qquad P^2 = P'^2 = Mc^2$$

$$m_e c^2 + 2\mathbb{p}\mathbb{P} + Mc^2 = m_e c^2 + 2\mathbb{p}'\mathbb{P}' + Mc^2$$

$$\mathbb{p}\mathbb{P} = \mathbb{p}'\mathbb{P}'$$

$$\mathbb{P}' = \mathbb{p} + \mathbb{P} - \mathbb{p}'$$

$$\mathbb{p}\cdot\mathbb{P} = \mathbb{p}'\cdot(\mathbb{p} + \mathbb{P} - \mathbb{p}') = \mathbb{p}'\mathbb{p} + \mathbb{p}'\mathbb{P} - p'^2$$

nel S.L. col p a riposo prima dell'urto

$$\mathbb{p} \equiv \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) \quad \mathbb{p}' \equiv \left(\frac{E'}{c}, \vec{p}'\right) \quad \mathbb{P} \equiv (Mc, 0) \quad \mathbb{P}' \equiv \left(\frac{E}{c}, \vec{P}\right)$$

$$\frac{E}{c}Mc = \frac{EE'}{c^2} - \vec{p}\cdot\vec{p}' + \frac{E'}{c}Mc - (m_e c^2)^2$$

$\vec{p}\cdot\vec{p}'$: u. r. ; $(m_e c^2)^2$: trascurabile

$$E\,Mc^2 = EE' - E\cdot E'\cos\Theta + E'Mc^2$$

$$EE'(1-\cos\Theta) + E'Mc^2 = EMc^2$$

$$E = E'\left\{\frac{E}{Mc^2}(1-\cos\Theta) + 1\right\}$$

$$\boxed{E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1-\cos\Theta)}}$$

2) per e^- diffusi a 30° con $E = 9$ GeV da p

$$E' = \frac{9 \cdot 10^3}{1 + \frac{9 \cdot 10^3}{938.2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 3.94 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$

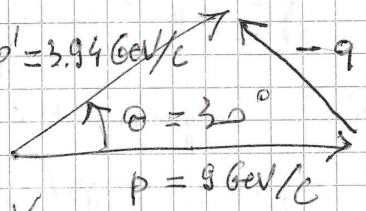
Energia degli e^- diffusi a 30°

da e^- $E' = 3.8$ MeV

3) Energia trasferita al p

$$\mathcal{E} = E - E' = 9 - 3.94 = 5.06 \text{ GeV}$$

Impulso trasferito al p



$$q = \{p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta\}^{1/2}$$

$$= (9^2 + 3.94^2 - 2 \times 9 \times 3.94 \cdot \cos 30)^{1/2} = 5.924 \text{ GeV/c}$$

Si vede che $\frac{\mathcal{E}}{c} \neq q$

quindi il fotone scambiato non può essere un fotone reale.

4) Il p è a riposo nel S.L. $\Rightarrow$ Tutto il suo impulso nel C.M. emerge dal moto del C.M., quindi nel C.M

$$p_p = \gamma_{CM} m_p \cdot v_{CM} =$$

$$= \frac{1}{c} \gamma_{CM} m_p c^2 \beta_{CM}$$

deve $\beta_{CM} = \frac{pc}{E + m_p c^2} = \frac{9 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^3 + 938.2} = 0.90559$

$$\gamma_{CM} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{CM}^2}} = 2.35764$$

$$p_p = \frac{1}{c} 2,35764 \times 938,272 \times 0.90559 = 2.003 \cdot 10^3 \frac{MeV}{c}$$

impulso del p nel C.M.

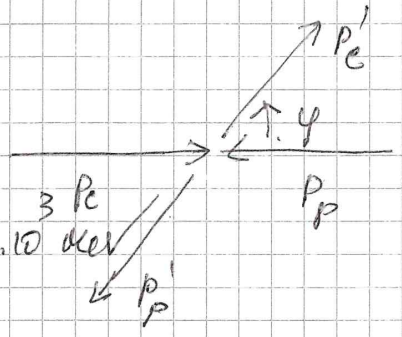
Impulso dell'e^- nel C.M prima e dopo l'urto

$$p_e = p_p = 2,003 \cdot 10^3 \frac{MeV}{c}$$

Energia del p nel CM

$$E_p^{CM} = \sqrt{p^2c^2 + (Mc^2)^2} =$$

$$= \left\{ (2,003 \cdot 10^3)^2 + 938,272^2 \right\}^{1/2} = 2,212 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$



$$E_e^{CM} \sim p_e c = 2,003 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$

Consideriamo elettroni da 9 GeV diffusi elasticamente su un bersaglio di H liquido. 1) Ricavare l'espressione dell'energia dell'elettrone nel S.L. dopo l'urto col p, in funzione di quelle possedute prima dell'urto e dell'angolo θ di diffusione (Conservazione del q.m. totale prima e dopo l'urto, approssimazione u.r per l'e^-, $(m_e c^2)^2 \approx 0$ ove lecito)

2) Calcolare l'energia in MeV posseduta dagli e^- diffusi a 30° nel S.L. dai p. e dagli e^- del bersaglio

1) 3

$\mathcal{A}_I = \lambda_I N_I$ $\qquad \mathcal{A}_{Cs} = \lambda_{Cs} \cdot N_{Cs}$ $\qquad$ Attività dello I e del Cs

$\frac{\mathcal{A}_I}{\mathcal{A}_{Cs}} = \frac{\lambda_I}{\lambda_{Cs}} \frac{N_I}{N_{Cs}}$ $\qquad \frac{N_I}{N_{Cs}} = \frac{1}{5}$ $\qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

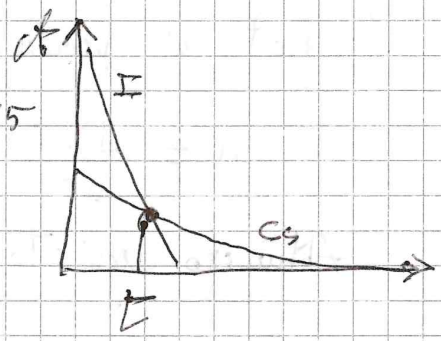
$$\frac{\mathcal{A}_I}{\mathcal{A}_{Cs}} = \frac{t_{1/2}(Cs)}{t_{1/2}(I)} \frac{N_I}{N_{Cs}} = \frac{30 \times 365}{8} \cdot \frac{1}{5} = \boxed{273.75}$$

L'attività dello I è 273.75 volte maggiore di quella del Cs

2) 6

$\mathcal{A}_I(t) = \mathcal{A}_I(0)\, e^{-\lambda_I t}$

$\mathcal{A}_{Cs}(t) = \mathcal{A}_{Cs}(0)\, e^{-\lambda_{Cs} t}$ $\qquad \left\{ \frac{\mathcal{A}_I(0)}{\mathcal{A}_{Cs}(0)} = 273.75 \right.$



$\mathcal{A}_I(t) = \mathcal{A}_{Cs}(t) \Rightarrow$

$\mathcal{A}_I(0)\, e^{-\lambda_I t} = \mathcal{A}_{Cs}(0)\, e^{-\lambda_{Cs} t}$

$\frac{\mathcal{A}_I(0)}{\mathcal{A}_{Cs}(0)} = e^{(\lambda_I - \lambda_{Cs}) t}$ $\qquad \ln \frac{\mathcal{A}_I(0)}{\mathcal{A}_{Cs}(0)} = (\lambda_I - \lambda_{Cs})\, t$

$$t = \frac{1}{\lambda_I - \lambda_{Cs}} \ln \frac{\mathcal{A}_I(0)}{\mathcal{A}_{Cs}(0)}$$

$$\frac{1}{\lambda_I - \lambda_{Cs}} = \frac{1}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}(I)} - \frac{\ln 2}{T_{1/2}(Cs)}} = \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{\frac{T_{1/2}(Cs) - T_{1/2}(I)}{T_{1/2}(Cs) \cdot T_{1/2}(I)}} = \frac{1}{\ln 2} \frac{T_{1/2}(Cs) \cdot T_{1/2}(I)}{T_{1/2}(Cs) - T_{1/2}(I)}$$

$$t = \frac{1}{\ln 2} \frac{T_{1/2}(Cs) * T_{1/2}(I)}{T_{1/2}(Cs) - T_{1/2}(I)} \cdot \ln \frac{\mathcal{A}_I(0)}{\mathcal{A}_{Cs}(0)} = \frac{1}{0.693} \cdot \frac{30 \times 365 \times 8}{30 \times 365 - 8} \ln 273.75$$

$$= \boxed{64.82 \text{ giorni}}$$

Tempo in capo al quale l'attività dello I eguaglia quella del Cs

3) Potenza della centrale $W = 1000\ MW =$

$W = 10^9\ W = 10^9 \frac{J}{s}$

$1\ eV = e \cdot 1 = 1.602 \cdot 10^{-19}\ J$

$W = \frac{10^9}{1.602 \cdot 10^{-19}} = 6.242 \cdot 10^{27}\ eV/s$

ogni fissione $\epsilon = 200\ MeV = 2 \cdot 10^8\ eV$.

n° di fissioni/s $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{W}{\epsilon} = \frac{6.242 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^8} = 3.121 \cdot 10^{19}\ s^{-1}$

Rate di produzione dello I

$R = \frac{\Delta N(I)}{\Delta t} = \frac{1}{100} \frac{\Delta N}{\Delta t} = 3.121 \cdot 10^{17}\ s^{-1}$

Attività degli atomi di I prodotti in 24 h $\equiv$ 1 d

$A_I(t = 24h) = R\left(1 - e^{-\lambda_I t}\right) = R\left(1 - e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}(I)} \cdot t}\right)$

$= 3.121 \cdot 10^{17}\left(1 - e^{\frac{\ln 2}{8} \cdot 1}\right) = 2.59 \cdot 10^{16}\ Bq$

$= \frac{2.59 \cdot 10^{16}}{3.7 \cdot 10^{10}} = 7 \cdot 10^5\ Ci$